

Este mensaje se quiere "compandir" antes de ser cuantificado uniformemente utilizando 256 niveles de cuantificación, utilizando un sistema con la siguiente función característica, adecuada a la distribución probabilística de la señal:

$$c(x) = \begin{cases} 2.5x & \text{Para } 0 \leq x \leq 0.2 \\ \frac{5}{8}x + \frac{3}{8} & \text{Para } 0.2 \leq x \leq 1 \end{cases} \quad \text{Y en forma similar para el lado negativo}$$

- Determine cuantos niveles de cuantificación, del cuantificador uniforme, usará la señal de entrada cuando ésta se encuentra en el rango de 0.1 a 0.3 voltios. (Considerando la compansión)
- Determine A y B si se sabe que el factor de perfeccionamiento de la compansión $C_1 = 1.02$.
- Determine la relación señal a ruido en dB con y sin compansor.

Respuesta:

- Determine cuantos niveles de cuantificación, del cuantificador uniforme, usará la señal de entrada cuando ésta se encuentra en el rango de 0.1 a 0.3 voltios. (Considerando la compansión)

$$0.1 \rightarrow 0.2 \Rightarrow 0.25 \rightarrow 0.5$$

Esto implica que para 0.1 a 0.3 existe un rango dinámico de salida de $0.2 \rightarrow 0.3 \Rightarrow \frac{1}{2} \rightarrow \frac{9}{16}$

$$\frac{1}{4} < x < \frac{9}{16}$$

$$Ma = 2 \Rightarrow a = 7.8125 \times 10^{-3} \text{ v} \Rightarrow 0.25 = ka \Rightarrow k = 32 \text{ y } ba = \frac{9}{16} \Rightarrow b = 72$$

Es decir que entre 0.1 y 0.3 "se usarán" 40 niveles

- Determine A y B si se sabe que el factor de perfeccionamiento de la compansión $C_1 = 1.02$.

$$C_1 = \left[\frac{\int_{-1}^1 p_x(x) dx}{\int_{-1}^1 (C_1(x))^2 dx} \right]^{-1} = \left[2 \int_0^{0.2} \frac{A}{(2.5)^2} dx + 2 \int_{0.2}^1 \frac{B}{(\frac{5}{8})^2} dx \right]^{-1} = \left[\frac{0.4A}{6.25} + \frac{2B}{0.39} - \frac{0.4B}{0.39} \right]^{-1} = [0.064A + 4.1B]^{-1}$$

$[0.064A + 4.1B]^{-1} = 1.02 \Rightarrow 0.064A + 4.1B = 0.9804$, Por otro lado tenemos que: (Por la función de

$$\text{Probabilidad}) \rightarrow 0.4A + 1.6B = 1 \Rightarrow A = \frac{1 - 1.6B}{0.4} \Rightarrow 0.16 - 0.256B + 4.1B = 0.9804$$

$$B = 0.21 \Rightarrow A = 1.65$$

- Determine la relación señal a ruido en dB con y sin compansor.

$$\left(\frac{S}{N} \right)_Q = 10 \log \left(12 \frac{\overline{x^2}}{a^2} \right), \text{ donde } \overline{x^2} = 2 \int_0^{0.2} Ax^2 dx + 2 \int_{0.2}^1 Bx^2 dx = 0.15$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_Q = 10 \log \left(12 \frac{0.15}{(7.8125 \times 10^{-3})^2} \right) = 44.69 \text{dB}, \text{ la cantidad en decibeles que aumenta la relación}$$

señal a ruido es: $10 \log(1.02) = 0.086 \text{dB}$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{Q_{\text{Compansor}}} = 44.77 \text{dB}$$

Problema 6

Una señal analógica se muestrea, cuantifica con 2048 niveles y se codifica en NRZ polar. La densidad espectral de esta señal es $G(f) = \text{Sinc}^2 0.001f$. Esta señal se transmite por un canal con un ancho de banda igual a 1000 Hz.

En un momento determinado las regulaciones cambian y se les reduce el ancho de banda de transmisión en 10%.

1. Determine la cantidad de bits (n) que podrá usar luego del cambio en las regulaciones. (n solo puede ser entero)
2. Determine cuanto se pierde en relación señal a ruido de cuantificación(dB), con este cambio de ancho de banda de canal, suponiendo que Ud. quiere seguir transmitiendo todo el lóbulo principal de $G(f)$.
3. Si el código usado fuese NRZ unipolar, en cuanto cambiaría el resultado de la parte b). Explique detalladamente.

Respuesta:

- a) Determine la cantidad de bits (n) que podrá usar luego del cambio en las regulaciones. (n solo puede ser entero)

$$2048 = 2^{11} \Rightarrow n_1 = 11$$

$$1000 = f_{b1} = \frac{f_s}{n_1^{-1}} \text{ y } 900 = f_{b2} = \frac{f_s}{n_2^{-1}} \Rightarrow \frac{f_s/n_1^{-1}}{f_s/n_2^{-1}} = \frac{1000}{900} = \frac{n_2^{-1}}{n_1^{-1}} \Rightarrow n_2 = 9.9, \text{ como solo puede ser}$$

numero entero $n_2 = 9$

- b) Determine cuanto se pierde en relación señal a ruido de cuantificación(dB), con este cambio de ancho de banda de canal, suponiendo que Ud. quiere seguir transmitiendo todo el lóbulo principal de $G(f)$.

$$\frac{\left(\frac{S}{N}\right)_{Q1}}{\left(\frac{S}{N}\right)_{Q2}} = \frac{\left(12 \frac{x^2}{a_1^2}\right)}{\left(12 \frac{x^2}{a_2^2}\right)} = \frac{a_2^2}{a_1^2} = \frac{\left(\frac{2V}{M_2}\right)^2}{\left(\frac{2V}{M_1}\right)^2} = \frac{M_1^2}{M_2^2} = \frac{(2^{11})^2}{(2^9)^2} = \frac{2^{22}}{2^{18}} = 2^4$$

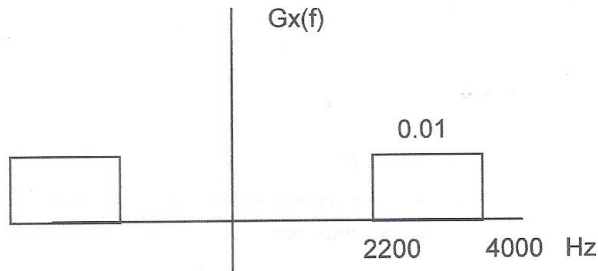
$$\Rightarrow \alpha(\text{Perdidas}) = 10 \log(2)^4 \Rightarrow \alpha = 12.04 \text{dB}$$

- c) Si el código usado fuese NRZ unipolar, en cuanto cambiaría el resultado de la parte b). Explique detalladamente

En nada, ya que el resultado no depende del código usado sino de la magnitud de los niveles de cuantificación que se ven alterados con la disminución del ancho de banda en 10%.

Problema 7

Una señal analógica aleatoria, uniformemente distribuída, tiene una densidad espectral de potencia como la mostrada



Esta señal se desea digitalizar.

- Determine la mínima frecuencia de muestreo que permitiría rescatar la señal sin distorsión en el receptor, si se sabe que el filtro de recepción es un pasabajos ideal.
- Calcule la relación señal a ruido a la salida de un cuantificador uniforme de 16 niveles.
- Suponga que ahora convierte la señal en binaria (1 y 0 equiprobables). La señal transmitida es $p(t)$ para los 1's y $-p(t)$ para los 0's, donde $p(t)$ es el siguiente:

$$p(t) = \text{Sinc}^2\left(\frac{t - kt_b}{t_b}\right)$$

Determine el ancho de banda mínimo que debe tener el canal para transmitir la señal binaria sin distorsión.

Respuesta:

- Determine la mínima frecuencia de muestreo que permitiría rescatar la señal sin distorsión en el receptor, si se sabe que el filtro de recepción es un pasabajos ideal.

El valor de N máximo para el espectro mostrado es:

$$N_{Max} = \frac{f_L}{BW} = \frac{2200}{1800} = 1,22 \Rightarrow n=1, \text{ Por lo tanto la frecuencia de muestreo permitida para ese valor de N es:}$$

$$\frac{2f_M}{N+1} \leq f_s \leq \frac{2f_L}{N} \Rightarrow 4000 \leq f_s \leq 4400 \Rightarrow f_s = 4000$$

- Calcule la relación señal a ruido a la salida de un cuantificador uniforme de 16 niveles

$$M = 16 \Rightarrow n = 4 \Rightarrow Ma = 2V \text{ y } \bar{x}^2 = 2 \times 1800 \times 0,01 = 36 = \frac{V^2}{3} \text{ (Por estar uniformemente distribuida)}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_Q = 10 \log \left(12 \frac{\bar{x}^2}{a^2} \right) = 10 \log \left(12 \frac{V^2/3}{4V^2} M^2 \right) = 24,08 \text{ dB}$$

- Suponga que ahora convierte la señal en binaria (1 y 0 equiprobables). La señal transmitida es $p(t)$ para los 1's y $-p(t)$ para los 0's, donde $p(t)$ es el siguiente:

$$p(t) = \text{Sinc}^2\left(\frac{t - kt_b}{t_b}\right)$$